

MATEMATIKA

MAMZD22C0T04

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

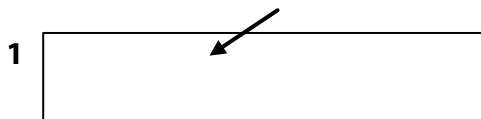
- **Didaktický test** obsahuje **25 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulačtor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–14) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 15–25) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědi

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** písíci propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapište správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvete původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



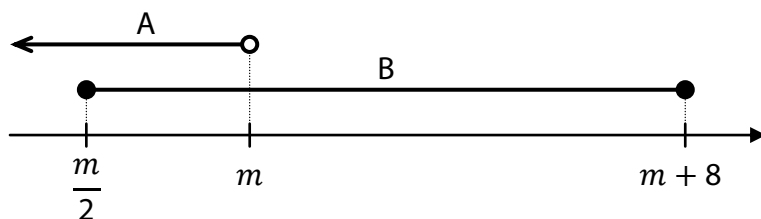
- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 1

Na číselné ose jsou znázorněny intervaly A, B.

Platí: $A \cup B = (-\infty; 14)$



(CZVV)

1 bod

1 Zapište intervalem $A \cap B$.

Meze intervalu uveďte čísla, nesmějí obsahovat proměnnou m .

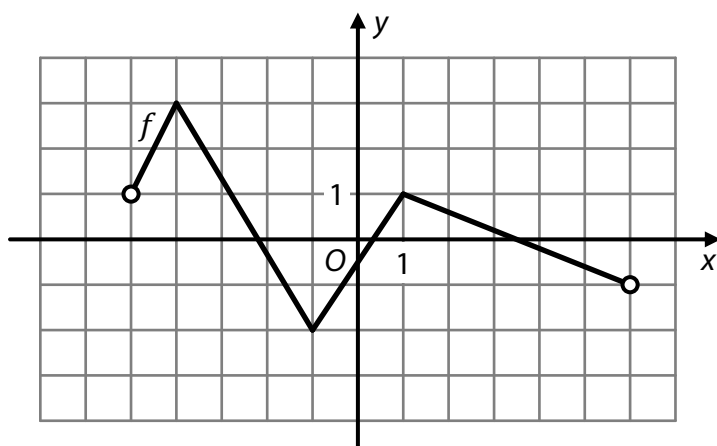
2 Určete množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která má smysl výraz:

$$\frac{\sqrt{10 - 2x}}{\sqrt{x - 10}}$$

1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestaven graf funkce f s definičním oborem $(-5; 6)$.



(Vrcholy lomené čáry jsou v mřížových bodech.)

(CZVV)

1 bod

3 Zapište obor hodnot funkce f .

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

V bedýnce jsou jogurty a rohlíky pro děti z letního tábora.
V bedýnce je x jogurtů a r -krát více rohlíků než jogurtů.
Jeden jogurt stál 10 korun a jeden rohlík 2 koruny.
Za všechny jogurty a rohlíky, které jsou v bedýnce, se zaplatilo dohromady p korun.
(x, r, p jsou z množiny kladných celých čísel.)

(CZVV)

max. 2 body

4 Vyjádřete počet jogurtů x v bedýnce v závislosti na veličinách r a p .

max. 2 body

5 Pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$ zjednodušte:

$$\frac{(x-2)(x+4)}{x+2} : x^2 + \frac{8}{x+2} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

6 Je dán výraz:

$$\frac{1-x}{x-7} + 1$$

Určete všechna $x \in \mathbf{R}$, pro která je hodnota daného výrazu záporná.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

7 V oboru \mathbf{R} řešte:

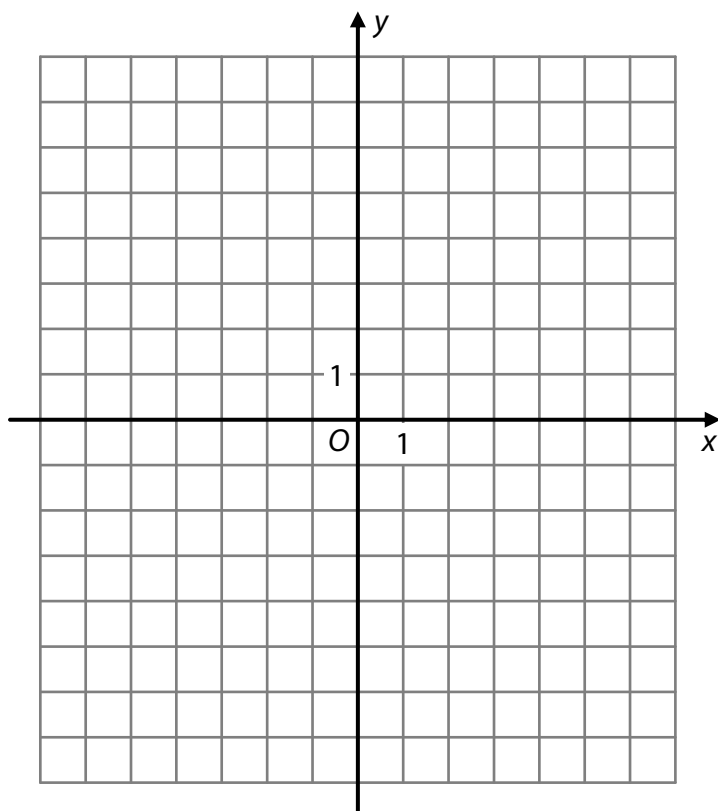
$$\frac{x+8}{x-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{32}{x^2-1}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Pro **rovnoramenný** trojúhelník OPQ se základnou OP platí:

Vrchol O leží v počátku kartézské soustavy souřadnic Oxy ,
vrchol P je průsečík přímky $p: y = -0,5x + 3$ se souřadnicovou osou x ,
vrchol Q leží na přímce $q: 2x - y - 2 = 0$.



(CZVV)

max. 3 body

8

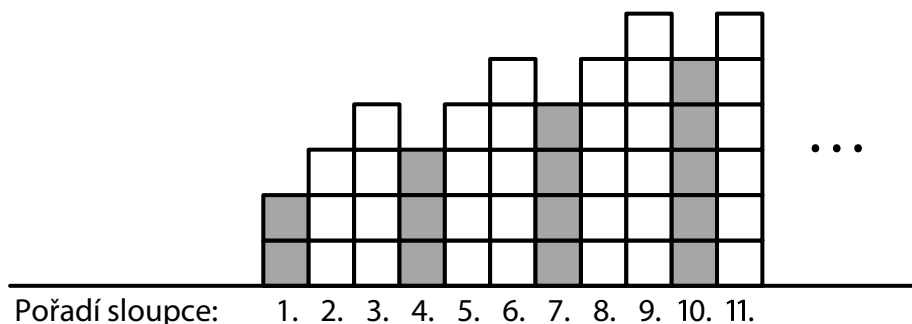
- 8.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy zakreslete a popište bod P .
- 8.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy zakreslete a popište přímku q .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

- 8.3 Určete obě souřadnice vrcholu $Q[q_1; q_2]$.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Obrazec obsahuje 1 000 sloupců vytvořených ze stejně velkých čtverců. Pravidelně se v něm střídají jeden tmavý sloupec a dva bílé. Poslední sloupec je tmavý. První sloupec je vytvořen ze 2 tmavých čtverců, další dva sloupce jsou ze 3 a 4 bílých čtverců. Každá další trojice sloupců pak začíná tmavým sloupcem, který obsahuje o 1 čtverec méně než předchozí sloupec. Následují dva bílé sloupce, každý o 1 čtverec vyšší než předchozí.



(CZVV)

max. 2 body

9 Určete,

- 9.1 kolik čtverců obsahuje poslední sloupec obrazce,
- 9.2 kolik **tmavých** čtverců obsahuje celý obrazec.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

V osudí je 9 míčků. Každý z nich je označen právě jedním přirozeným číslem od 1 do 9. Žádné dva míčky nejsou označeny stejným číslem. Z osudí postupně vylosujeme 7 míčků, které nevracíme zpět.

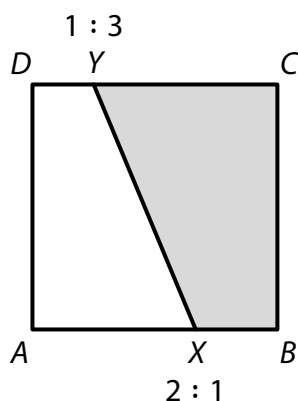
(CZVV)

1 bod

- 10 **Vypočtete pravděpodobnost, že oba míčky, které zbudou v osudí, jsou označeny sudými čísly.**

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 11–12

Čtverec $ABCD$ je úsečkou XY rozdělen na dva lichoběžníky – bílý $AXYD$ a šedý $XBCY$.
Bod X dělí stranu AB na dvě úsečky, jejichž délky jsou v poměru $|AX| : |XB| = 2 : 1$.
Bod Y dělí stranu CD na dvě úsečky, jejichž délky jsou v poměru $|DY| : |YC| = 1 : 3$.



(CZVV)

1 bod

- 11** Vypočtete a запиšte v základním tvaru poměr délek obou základen bílého lichoběžníku $AXYD$.

max. 2 body

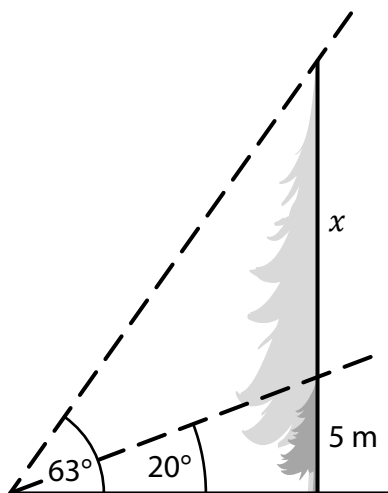
- 12** Šedý lichoběžník $XBCY$ má výšku 36 cm.

Vypočtete

- 12.1 v cm^2 obsah šedého lichoběžníku $XBCY$,
12.2 v cm obvod šedého lichoběžníku $XBCY$.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Chlapec viděl z okna sklípku pod výškovým úhlem 20° vrchol stromu vysokého 5 m. Strom roste stále svisle. Pata stromu a místo pozorování leží v téže vodorovné rovině. Po 60 letech viděl jeho vnuk ze stejného místa vrchol téhož stromu pod výškovým úhlem 63° . Během této doby strom vyrostl o x metrů.



(CZVV)

max. 2 body

13 Vypočtete, o kolik metrů vyrostl strom během uvedených 60 let.

Výsledek x zaokrouhlete na celé číslo, dílčí výpočty nezaokrouhľujte.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Odměna 25 200 korun se rozdělila rovným dílem mezi všechny brigádníky.
Kdyby bylo o 5 brigádníků více, na každého by vyšla odměna o 1 000 korun menší.

(CZV)

max. 3 body

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete, kolik korun dostal každý brigádník.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

VÝCHOZÍ TEXTY K ÚLOHÁM 15.1–15.3

- 15.1 Boty byly v únoru o 50 % levnější než v lednu a v březnu se jejich cena zvýšila na 150 % únorové ceny.
- 15.2 Původní cena jablek se snížila nejprve o 20 % a poté o 25 % již snížené ceny.
- 15.3 Obchodník prodal 40 % švestek za plnou cenu a zbývající švestky s 25% slevou.

(CZVV)

max. 3 body

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 15.1 Ceny bot v lednu a březnu byly stejné. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.2 Po obou slevách tvořila cena jablek 60 % původní ceny. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.3 Obchodník utržil za švestky tolik, jako by je všechny prodal s 15% slevou. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

U každé z následujících tří rovnic určíme počet všech jejích řešení v oboru **R**.

I. $2^{2x} + 2 = 0$

II. $\frac{(2x + 2)(x + 2)}{(x + 1)^2} = 0$

III. $\frac{1}{x} = \frac{x + 1}{x}$

(CZVV)

2 body

16 Právě jedno řešení

- A) má pouze I. rovnice.
- B) má pouze II. rovnice.
- C) má pouze III. rovnice.
- D) mají alespoň dvě z uvedených rovnic.
- E) nemá žádná z uvedených rovnic.

17 V intervalu $(0; 2\pi)$ je řešena rovnice:

$$\frac{1}{\cos x} = 2$$

Která z množin obsahuje všechna řešení dané rovnice?

A) $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right)$

B) $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$

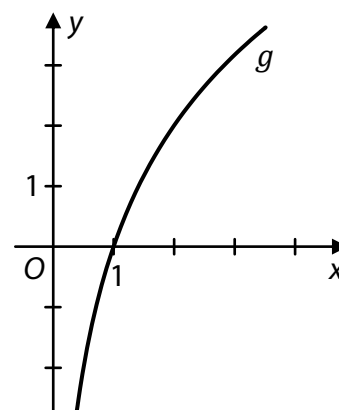
C) $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}\right)$

D) $\left(0; \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$

E) žádná z uvedených množin

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestaven graf funkce $g: y = \log_a x$ s definičním oborem $(0; +\infty)$, pro kterou platí:
 $\log_a 2 = 2$



(CZVV)

2 body

18 Která z následujících rovností platí pro funkci g ?

A) $\log_a \sqrt{2} = \sqrt{2}$

B) $\log_a \sqrt{8} = \sqrt{8}$

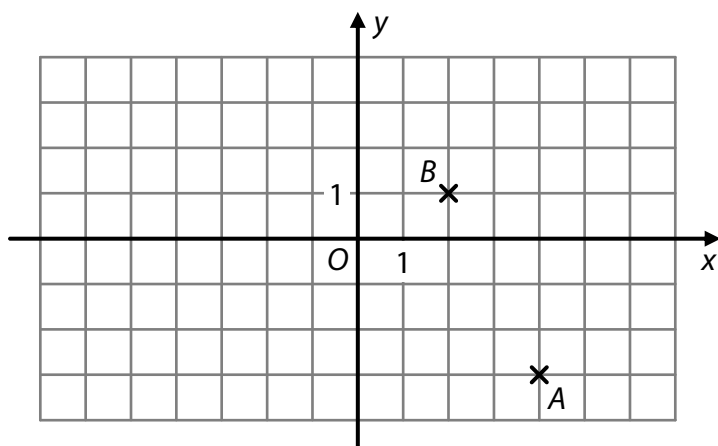
C) $\log_a 4 = 4$

D) $\log_a 8 = 8$

E) žádná z uvedených rovností

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou vyznačeny dva mřížové body A, B .
Grafem funkce h je parabola s vrcholem A procházející bodem B .



(CZVV)

2 body

19 Jaký je předpis funkce h ?

A) $y = -2x + 5$

B) $y = x^2 - 8x + 13$

C) $y = -x^2 + 4x - 3$

D) $y = \frac{x - 1}{3 - x}$

E) $y = \frac{3x - 9}{x - 5}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

V posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ pro každé $n \in \mathbf{N}$ platí $a_n = 7$.

V posloupnosti $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ je první člen $b_1 = -8$ a pro každé $n \in \mathbf{N}$ platí $b_{n+1} = b_n + 3$.

(CZVV)

2 body

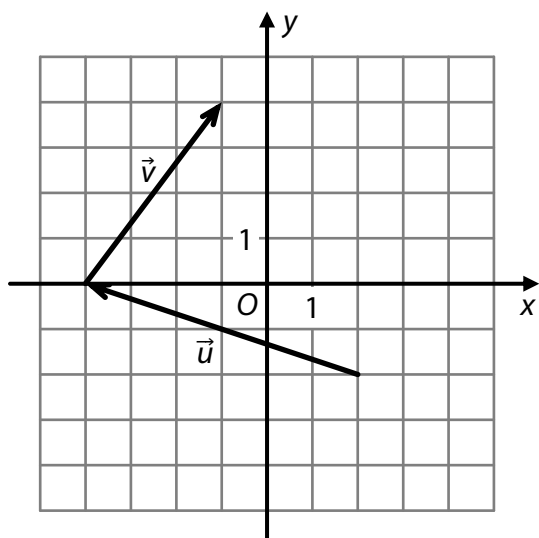
20 O kolik se liší součet prvních 10 členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ a součet prvních 10 členů posloupnosti $(b_n)_{n=1}^{\infty}$?

- A) o 6
- B) o 12
- C) o 15
- D) o 18
- E) o jiný počet

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou umístěny vektory \vec{u} a \vec{v} .

(Počáteční i koncové body umístění těchto vektorů jsou v mřížových bodech.)



(CZVV)

2 body

21 Směrovým vektorem přímky p je součet vektorů $\vec{u} + \vec{v}$.

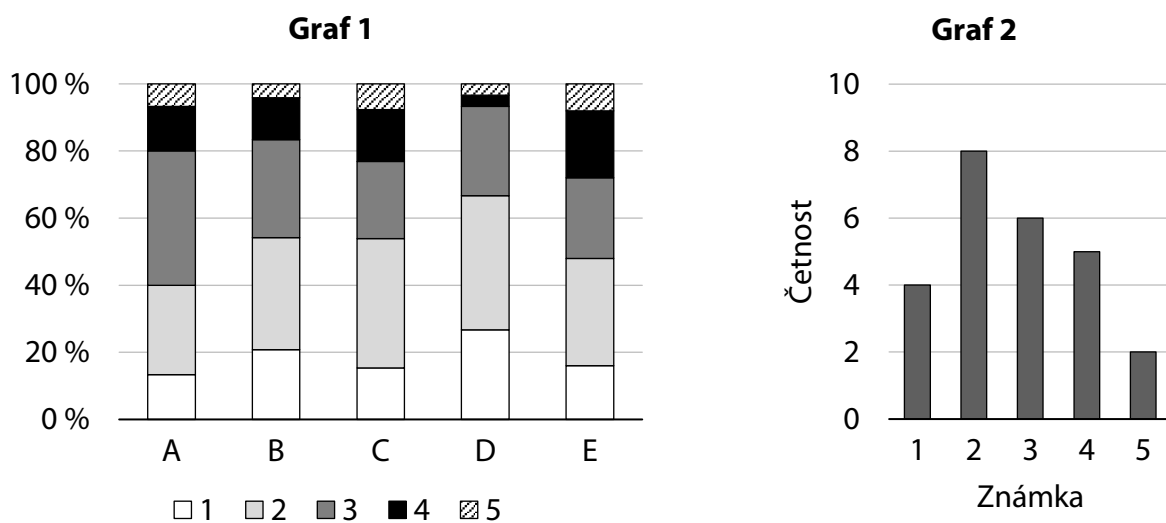
Který z následujících vektorů je normálovým vektorem přímky p ?

- A) $\vec{a} = (2; 1)$
- B) $\vec{b} = (2; -1)$
- C) $\vec{c} = (-1; -2)$
- D) $\vec{d} = (1; -2)$
- E) žádný z uvedených vektorů

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 22

Graf 1 udává rozložení četností známek z matematiky v každé z pěti tříd (A–E).

Graf 2 udává četnosti známek z matematiky v jedné z těchto pěti tříd.



(CZVV)

2 body

22 Které z pěti tříd (A–E) z grafu 1 odpovídá graf 2?

- A) A
- B) B
- C) C
- D) D
- E) E

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Karel má na zámku u kola kód se 6 znaky.

Na prvním i druhém místě kódu je možné nastavit kterékoli z 5 možných písmen A, B, C, D, E a na každém z dalších čtyř míst libovolnou číslici od 1 do 9.

Karel správný kód zapomněl, pamatuje si pouze, že první písmeno je E a poslední číslice 7. Pokouší se zámek otevřít tak, že (bez prodlev) nastavuje navzájem různé kódy začínající písmenem E a končící číslicí 7 (např. EB7897, EE1117).

(CZVV)

2 body

23 Předpokládejme, že nastavení a ověření každého kódu trvá Karlovi 1 sekundu.

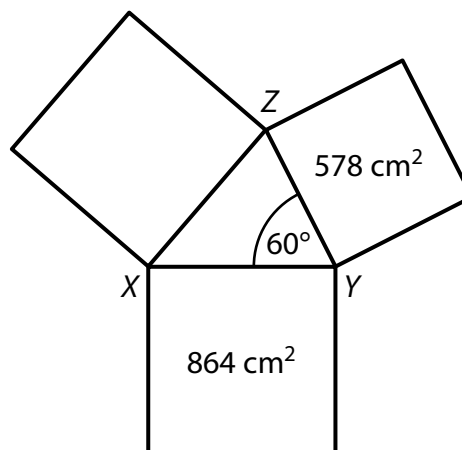
Jak dlouho může Karlovi nejvýše trvat otevření zámku?

- A) méně než 40 minut
- B) alespoň 40 minut, ale méně než 50 minut
- C) alespoň 50 minut, ale méně než 60 minut
- D) alespoň 60 minut, ale méně než 70 minut
- E) alespoň 70 minut

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 24

Tři čtverce, z nichž každé dva mají právě jeden společný vrchol, vymezují trojúhelník XYZ.

V obrázku jsou uvedeny obsahy dvou čtverců a velikost vnitřního úhlu trojúhelníku XYZ.



(CZVV)

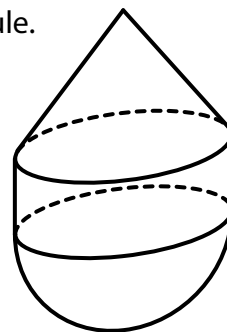
2 body

24 Jaký je obsah trojúhelníku XYZ?

- A) menší než 285 cm²
- B) 286 cm²
- C) 306 cm²
- D) 353 cm²
- E) větší než 354 cm²

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 25

Těleso se skládá ze tří částí – rotačního kužele, rotačního válce a polokoule.
Výška kužele je 4 cm a výška válce je 2 cm.
Poloměr podstavy kužele, válce i polokoule je 3 cm.
Podstavy sousedních částí splývají.



(CZVV)

max. 4 body

25 Ke každé otázce (25.1–25.2) přiřadte správnou odpověď (A–F).

- 25.1 Jakou část objemu celého tělesa tvoří objem válce? _____
- 25.2 Jakou část povrchu celého tělesa tvoří obsah pláště kužele? _____

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{4}{15}$
- C) $\frac{3}{11}$
- D) $\frac{1}{3}$
- E) $\frac{3}{8}$
- F) jinou část

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
